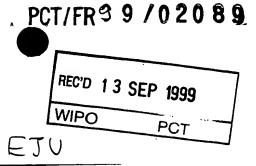
INDI INDI INSTITUT NATIONAL DE LA PROPRIETE INDUSTRIELLE



BREVET D'INVENTION

CERTIFICAT D'UTILITÉ - CERTIFICAT D'ADDITION

COPIE OFFICIELLE

PRIORITY DOCUMENT

SUBMITTED OR TRANSMITTED IN COMPLIANCE WITH RULE 17.1(a) OR (b)

Le Directeur général de l'Institut national de la propriété industrielle certifie que le document ci-annexé est la copie certifiée conforme d'une demande de titre de propriété industrielle déposée à l'Institut.

LE DOSSIER A FAIT L'OBJET D'UN RETRAIT.

Fait à Paris, le 12 AOUT 1999

Pour le Directeur général de l'Institut national de la propriété industrielle Le Chef du Département des brevets

Martine PLANCHE

INSTITUT
NATIONAL DE
LA PROPRIETE

SIEGE 26 bis, rue de Saint Petersbourg 75800 PARIS Cédex 08 Téléphone : 01 53 04 53 04 Télécopie : 01 42 93 59 30

THIS PAGE BLANK (USPTO)



BREVET D'INVENTION, CERTIFICAT D'UTILITÉ

Code de la propriété intellectuelle-Livre VI





26 bis, rue de Saint Pétersbourg 75800 Paris Cedex 08

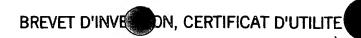
REQUÊTE EN DÉLIVRANCE Confirmation d'un dépôt par télécopie

•	

	N° 55 -1328

Téléphone : 01 53 04 53 04 Télécopie : 01 42 93 59 30 Cet imprimé est à remp	far a l'encre noire en lettres capitales
DATE DE REMISE DES PIÈCES N° D'ENREGISTREMENT NATIONAL DÉPARTEMENT DE DÉPÔT 98 11095	Nom et adresse du demandeur ou du mandataire à QUI LA CORRESPONDANCE DOIT ÊTRE ADRESSÉE CABINET PLASSERAUD 84, rue d'Amsterdam
0 4 SEP, 1998	75440 PARIS CEDEX 09
2 DEMANDE Nature du titre de propriété industrielle Xbrevet d'invention demande divisionnaire certificat d'utilité transformation d'une demande	n°du pouvoir permanent références du correspondant téléphone BLO/FC-BFF980200 0144634111
de brevet europeen	certificat d'utilité n' date
Établissement du rapport de recherche différé X immédiat	<u> </u>
Le demandeur, personne physique, requiert le paiement échelonne de la redevance ou Titre de l'invention (200 caractères maximum)	: non
ROCEDE D'EGALISATION NUMERIQUE, ET RECI METTANT EN OEUVRE UN TEL PROCEDE	EPTEUR DE RADIOCOMMUNICATION
3 DEMANDEUR (S) n° SIREN	le APE-NAF
Nom et prénoms (souligner le nom patronymique) ou dénomination	Forme juridique
NORTEL MATRA CELLULAR	Société en Commandite par Actions
Nationalité (s) Française	
Adresse (s) complète (s)	Pays
place des Frères Montgolfier	
BP 50 78042 GUYANCOURT	FRANCE
	e de place, poursuivre sur papier libre
5 RÉDUCTION DU TAUX DES REDEVANCES	requise antérieurement au dépôt ; joindre copie de la décision d'admission
6 DÉCLARATION DE PRIORITÉ OU REQUÊTE DU BÉNÉFICE DE LA DATE DE DÉPÔT D'UNE	
	1
	• :
7 DIVISIONS antérieures à la présente demande n° da	te n° date
8 SIGNATURE DU DEN MEDEOR OLION MANDATAIRE SIGNATURE DU	PRÉPOSÉ À LA RÉCEPTION : SIGNATURE APRÈS ENREGISTREMENT DE LA DEMANDE À L'INP
(nom et qualité du signataire) CABINET PLASSERAUD	m
B. LOISEL - N 940311	





DÉSIGNATION DE L'INVENTEUR

(si le demandeur n'est pas l'inventeur ou l'unique inventeur)

Nº D'ENREGISTREMENT NATIONAL

75800 Paris Cédex 08 Tél.: 01 53 04 53 04 - Télécopie: 01 42 93 59 30

DIVISION ADMINISTRATIVE DES BREVETS 26bis, rue de Saint-Pétersbourg

BLO/FC-BFF980200

TITRE DE L'INVENTION: PROCEDE D'EGALISATION NUMERIQUE, ET RECEPTEUR

DE RADIOCOMMUNICATION METTANT EN OEUVRE UN

TEL PROCEDE

LA DEMANDERESSE : NORTEL MATRA CELLULAR

ayant pour mandataire

LE(S) SOUSSIGNÉ(S)

CABINET PLASSERAUD 84, rue d'Amsterdam 75440 PARIS CEDEX 09

DÉSIGNE(NT) EN TANT QU'INVENTEUR(S) (indiquer nom, prénons, adresse et souligner le nom patronymique) :

DORNSTETTER, Jean-Louis 25, place Suzanne Lenglen 78370 PLAISIR

BEN RACHED, Nidham 32, rue Baron 75017 PARIS

BONHOMME, Corinne 24, rue des Coulommières 77700 CHESSY

NOTA: A titre exceptionnel, le nom de l'inventeur peut être suivi de celui de la société à laquelle il appartient (société d'appartenance) lorsque celle-ci est différente de la société déposante ou titulaire.

Date et signature (s) du (des) demandeur (s) ou du mandataire

Paris, le 4 septembre 1998

LOUSEL 94-0311 RITANT

5

10

15

20

25

30

PROCÉDÉ D'ÉGALISATION NUMÉRIQUE, ET RÉCEPTEUR DE RADIOCOMMUNICATION METTANT EN ŒUVRE UN TEL PROCÉDÉ

La présente invention concerne l'égalisation numérique des signaux. Elle trouve une application importante dans le domaine des radiocommunications.

Le procédé s'applique lorsqu'on reçoit un signal issu d'un émetteur par l'intermédiaire d'un canal de transmission entre émetteur et récepteur, dont la réponse est connue ou a été préalablement estimée. Un problème principal qui se pose alors est celui du compromis entre les performances de l'égaliseur et sa complexité.

Une estimation complète, selon le maximum de vraisemblance, de tous les symboles discrets composant le signal émis est possible, par exemple en employant l'algorithme de Viterbi (voir G.D. Forney Jr.: « The Viterbi Algorithm », Proc. of the IEEE, Vol. 61, No. 3, mars 1973, pages 268-278). Néanmoins, dès que la réponse impulsionnelle des canaux devient longue ou que le nombre de valeurs discrètes possibles des symboles devient important, la complexité exponentielle de ces méthodes les rend impraticables.

On considere le cas d'un canal de radiocommunication servant à la transmission d'un signal composé de séquences ou trames successives de n symboles d_k ($1 \le k \le n$). Les symboles d_k sont à valeurs discrètes : binaires (± 1) dans le cas d'une modulation de type BPSK (binary phase shift keying), quaternaires ($\pm 1 \pm j$) dans le cas d'une modulation de type QPSK (quaternary phase shift keying)...

Après conversion en bande de base, numérisation et filtrage adapté, un vecteur Y du signal reçu reflétant les symboles émis sur la durée d'une trame a pour expression :

$$\mathbf{Y} = \begin{pmatrix} \mathbf{Y}_{1} \\ \mathbf{Y}_{2} \\ \vdots \\ \mathbf{Y}_{k} \\ \vdots \\ \mathbf{Y}_{L} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{r}_{0} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \mathbf{r}_{1} & \mathbf{r}_{0} & 0 & 0 & \vdots \\ \mathbf{r}_{1} & \mathbf{r}_{0} & \vdots & 0 \\ \vdots & \mathbf{r}_{1} & \ddots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \mathbf{r}_{0} \\ \mathbf{r}_{W} & \vdots & \mathbf{r}_{1} \\ 0 & \mathbf{r}_{W} & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & 0 & \mathbf{r}_{W} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{d}_{1} \\ \mathbf{d}_{2} \\ \vdots \\ \mathbf{d}_{k} \\ \vdots \\ \mathbf{d}_{k} \\ \vdots \\ \mathbf{d}_{n} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{Y}_{N,1} \\ \mathbf{Y}_{N,2} \\ \vdots \\ \mathbf{Y}_{N,k} \\ \vdots \\ \mathbf{Y}_{N,k} \end{pmatrix} = \mathbf{A}.\mathbf{D} + \mathbf{Y}_{N}$$
 (1)

où W+1 est la longueur, en nombre de bits, de la réponse impulsionnelle estimée du canal, $\underline{r}=(r_0,r_1,\ldots,r_W)$ est la réponse impulsionnelle estimée du canal, les r_q étant des nombres complexes tels que $r_q=0$ si q<0 ou q>W, y_k est le k-ième échantillon complexe reçu avec $1 \le k \le L=n+W$, et Y_N est un vecteur de taille L composé d'échantillons de bruit additif $y_{N,k}$. La réponse impulsionnelle estimée \underline{r} tient compte du canal de propagation, de la mise en forme du signal par l'émetteur et du filtrage de réception.

5

10

15

La matrice A de taille L×n a une structure de type Toeplitz le long de sa diagonale principale, c'est-à-dire que si $\alpha_{i,j}$ désigne le terme situé à la i-ième ligne et à la j-ième colonne de la matrice A, alors $\alpha_{i+1,j+1}=\alpha_{i,j}$ pour $1 \le i \le L-1$ et $1 \le j \le n-1$. Les termes de la matrice A sont donnés par : $\alpha_{1,j}=0$ pour $1 < j \le n$ (A n'a donc que des zéros au-dessus de sa diagonale principale) ; $\alpha_{i,1}=0$ pour $1 \le i \le L-1$ (structure de matrice-bande) ; et $\alpha_{i,1}=r_{i-1}$ pour $1 \le i \le L-1$

La relation matricielle (1) exprime que le signal 20 reçu Y est l'observation, affectée d'un bruit additif, du produit de convolution entre la réponse impulsionnelle du canal et les symboles émis. Ce produit de convolution peut encore s'exprimer par sa transformée en Z :

$$Y(Z) = R(Z) .D(Z) + Y_N(Z)$$
 (2)

25 où D(Z), Y(Z), R(Z) et YN(Z) sont les transformées en Z

respectives des symboles émis, du signal reçu, de la réponse impulsionnelle du canal et du bruit :

5

25

30

$$\square$$
 INCORPORER Equation.2 $\square\square\square$ $\mathcal{O}(2)$ (3)

□ INCORPORER Equation.2 □□□
$$\frac{1}{2}$$
 (4)

Une solution classique pour résoudre un système tel que (1) est la méthode dite de forçage à zéro (« zero forcing »), suivant laquelle on détermine le vecteur [INCORPORER Equation.2 DDDZF à n composantes continues qui l'erreur quadratique 🛛 INCORPORER Equation.2 minimise 10 Une discrétisation des composantes du vecteur 🗆 □□□ZF relative à chaque canal INCORPORER Equation.2 intervient ensuite, souvent par le biais d'un décodeur de canal. La solution \square INCORPORER Equation.2 $\square \hat{\mathbf{D}}_{\mathbf{ZF}}$ au sens des moindres carrés est donnée par : $\hat{D}_{ZF} = (A^HA)^{-1}A^HY$, où A^H 15 désigne la matrice transposée conjuguée de A. On est alors de l'inversion de ramené au problème hermitienne définie positive AHA. Cette inversion peut être réalisée par divers algorithmes classiques, d'une manière directe (méthodes de Gauss, de Cholesky...) ou par 20 des techniques itératives (algorithmes de Gauss-Seidel, du gradient...).

L'erreur d'estimation $D-\hat{D}_{ZF}$ est égale à $(A^HA)^{-1}A^HY_N$, ce qui montre que la solution obtenue est affectée d'un bruit de variance :

$$\sigma^{2} = \mathbf{E}\left(\left\|\mathbf{D} - \hat{\mathbf{D}}_{ZF}\right\|^{2}\right) = \mathbf{N}_{0} \times \mathbf{Trace}\left[\left(\mathbf{A}^{H}\mathbf{A}\right)^{-1}\right]$$
 (6)

où N_0 est la densité spectrale de puissance du bruit. On voit qu'il se produit une amplification du bruit (« noise enhancement ») quand la matrice A^HA est mal conditionnée, c'est-à-dire quand elle a une ou plusieurs valeurs propres proches de 0.

Cette amplification du bruit est le principal inconvénient des méthodes de résolution classiques. Dans la pratique, les cas de mauvais conditionnement de la

matrice A^HA sont fréquents, particulièrement en présence de trajets multiples de propagation.

On connaît un moyen relativement simple de remédier en partie à cet inconvénient, en acceptant dans la solution un résidu d'interférence, c'est-à-dire en adoptant non pas la solution optimale au sens des moindres carrés, mais la solution: $\hat{D}_{MMSE} = (A^HA + \hat{N}_0)^{-1}A^HY$, où \hat{N}_0 désigne une estimation de la densité spectrale du bruit, que le récepteur doit alors calculer. Cette méthode est connue sous le nom de MMSE (minimum mean square error). Elle permet de diminuer la variante d'estimation par rapport à la méthode de « zero forcing », mais en introduisant un biais.

5

10

15

20

25

30

35

Les méthodes de « zero forcing » et reviennent à opérer un filtrage inverse du signal reçu par un filtre, modélisant la fonction de transfert 1/R(Z), calculé par une certaine approximation (quadratique dans le cas du « zero forcing »). Lorsqu'une ou plusieurs racines du polynôme R(Z) (équation (5)) sont situées sur le cercle unité, le filtre inverse théorique présente des singularités telles qu'il ne peut pas être estimé par une approximation satisfaisante. Dans le cas de l'approximation correspond quadratique, ceci la divergence de la variance de l'erreur σ^2 lorsque matrice AHA a une valeur propre nulle (relation (6)).

Ce problème n'est pas rencontré dans les méthodes telles que l'algorithme de Viterbi qui prennent intrinsèquement en compte la nature discrète des symboles, mais qui requièrent une puissance de calcul très supérieure pour les systèmes de taille importante.

La présente invention a pour but de proposer un procédé d'égalisation procurant un bon compromis entre la fiabilité des estimations et la complexité de l'égaliseur.

Un autre but est d'obtenir un égaliseur nécessitant une puissance de calcul raisonnable et capable de traiter, avec des performances comparables à celles d'un égaliseur de Viterbi, des signaux dont les symboles ont un nombre d'états relativement élevés et/ou des signaux reçus suivant un canal de réponse impulsionnelle relativement étalée.

5

10

20

25

30

35

L'invention propose ainsi un procédé d'égalisation numérique, pour estimer des symboles discrets d'un signal transmis à partir d'échantillons numériques d'un signal reçu par l'intermédiaire d'un canal de transmission représenté par une réponse impulsionnelle finie de W+1 coefficients, W étant un entier plus grand que 1. Ce procédé comprend les étapes suivantes :

- déterminer les W racines dans le plan complexe de la transformée en Z de la réponse impulsionnelle du 15 canal ;
 - répartir les W racines en un premier ensemble de W-p racines et un second ensemble de p racines, p étant un entier plus grand que 0 et plus petit que W, les racines du second ensemble étant plus proches du cercle unité que celles du premier ensemble selon un critère de distance déterminé dans le plan complexe;
 - obtenir un signal intermédiaire en appliquant au signal reçu une première méthode d'égalisation sur la base d'une réponse impulsionnelle finie dont la transformée en Z, formée par un polynôme en Z⁻¹ de degré W-p, a pour racines les W-p racines du premier ensemble ; et
 - obtenir des estimations des symboles discrets du signal transmis en appliquant au signal intermédiaire une seconde méthode d'égalisation sur la base d'une réponse impulsionnelle finie dont la transformée en Z, formée par un polynôme en Z⁻¹ de degré p, a pour racines les p racines du second ensemble.

La « première méthode d'égalisation » sera généralement choisie de façon à traiter les symboles inconnus comme des variables continues. Elle conduit alors

à une opération semblable à un filtrage inverse dont la fonction de transfert serait d'une forme approchant l'expression $1/R^S(Z)$, où $R^S(Z)$ désigne le polynôme en Z^{-1} de degré W-p ayant pour racines les W-p racines les plus éloignées du cercle unité. Elle peut notamment être du type « zero forcing ». Cette opération ne génère qu'une amplification du bruit réduite, puisque les racines de la fonction de transfert en Z associée sont relativement éloignés du cercle unité.

5

25

Pour les p racines les plus proches du cercle unité, 1Q on adopte des mesures permettant de s'affranchir ou de limiter l'incidence du problème de 1' amplification bruit. On peut choisir une méthode MMSE ou analogue comme méthode d'égalisation ». « seconde Toutefois, 15 seconde méthode tiendra avantageusement compte de la nature discrète des symboles inconnus. Elle notamment reposer sur un algorithme à treillis, tel que l'algorithme de Viterbi, dont la mise en œuvre est courante dans les égaliseurs de canal quand la taille du 20 système n'est pas trop grande.

La seconde méthode d'égalisation est généralement d'une mise en œuvre plus complexe que la première. Dans chaque cas particulier, le choix du nombre p permet de rechercher le meilleur compromis entre la fiabilité des estimations, qui fait préférer les valeurs élevées de p, et la complexité de l'égaliseur, qui fait préférer les valeurs faibles de p.

Un autre aspect de la présente invention se rapporte à un récepteur de radiocommunication, comprenant :

- des moyens de conversion pour produire des échantillons numériques à partir d'un signal radio reçu par l'intermédiaire d'un canal de transmission représenté par une réponse impulsionnelle finie de W+1 coefficients, W étant un entier plus grand que 1;
- 35 des moyens de mesure de la réponse impulsionnelle

du canal ;

5

10

15

20

30

- des moyens de calcul des W racines dans le plan complexe de la transformée en Z de la réponse impulsionnelle mesurée ;
- des moyens de répartition des W racines en un premier ensemble de W-p racines et un second ensemble de p racines, p étant un entier plus grand que 0 et plus petit que W, les racines du second ensemble étant plus proches du cercle unité que celles du premier ensemble selon un critère de distance déterminé dans le plan complexe;
- un premier étage d'égalisation pour obtenir un signal intermédiaire en appliquant au signal reçu une première méthode d'égalisation sur la base d'une réponse impulsionnelle finie dont la transformée en Z, formée par un polynôme en Z^{-1} de degré W-p, a pour racines les W-p racines du premier ensemble ; et
- un second étage d'égalisation pour obtenir des estimations de symboles discrets d'un signal transmis sur le canal en appliquant au signal intermédiaire une seconde méthode d'égalisation sur la base d'une réponse impulsionnelle finie dont la transformée en Z, formée par un polynôme en Z⁻¹ de degré p, a pour racines les p racines du second ensemble.

D'autres particularités et avantages de la présente invention apparaîtront dans la description ci-après d'exemples de réalisation non limitatifs, en référence aux dessins annexés, dans lesquels :

- la figure 1 est un schéma synoptique d'un exemple de récepteur de radiocommunication selon l'invention ;
- la figure 2 est un organigramme montrant un mode de réalisation du procédé selon l'invention ; et
 - la figure 3 est un diagramme illustrant les performances du procédé.

Le récepteur représenté sur la figure 1 comporte un 35 étage radio 1 qui reçoit le signal radio capté par

l'antenne 2 et le convertit en bande de base. Le signal en de est bande base numérisé par un convertisseur analogique-numérique 3, puis fourni à un réception 4. Le filtre 4 assure un filtrage adapté à la mise en forme des signaux par l'émetteur. Il délivre un signal numérique à raison d'un échantillon complexe par symbole émis.

Ce signal numérique est fourni à un démodulateur comprenant d'une part un module 6 de synchronisation et d'estimation de canal, et d'autre part un égaliseur 7.

La synchronisation et l'estimation de canal sont par exemple effectuées de manière classique à l'aide d'une séquence de synchronisation incluse par l'émetteur dans chaque trame de signal. La détection de cette séquence, connue du récepteur, permet d'une part de synchroniser le récepteur par rapport à la structure temporelle des trames émises, et d'autre part d'estimer la réponse impulsionnelle $\underline{r}=(r_0,r_1,\ldots,r_W)$ du canal sur lequel les trames sont transmises. La réponse impulsionnelle calculée par le module 6 est fournie à l'égaliseur 7.

L'égaliseur 7 fonctionne par exemple conformément à l'organigramme représenté sur la figure 2 pour traiter chaque trame synchronisée du signal reçu, se présentant $\begin{pmatrix} y_1 \end{pmatrix}$

sous la forme d'un vecteur $Y = \begin{pmatrix} Y_1 \\ \vdots \\ Y_L \end{pmatrix}$, avec L=n+W en reprenant

25 les notations précédentes.

5

10

15

20

30

Le module d'estimation de canal 6 ayant fourni les W+1 coefficients complexes r de la réponse impulsionnelle estimée đu canal, la première étape 10 consiste rechercher les W racines de la transformée en Z de cette réponse impulsionnelle, donnée l'équation par Diverses méthodes classiques de recherche de racines complexes d'un polynôme peuvent être utilisées à l'étape 10. On pourra à cet égard se reporter à l'ouvrage de E. DURAND: « Solutions Numériques des Equations Algébriques; Tome I : Equations du Type F(x)=0 », Editions Masson, 1960.

Les W racines complexes ainsi trouvées $\alpha_1,\alpha_2,\ldots,\alpha_W$ sont ensuite ordonnées de façon à pouvoir les répartir en deux ensembles, l'un contenant les W-p racines les plus éloignées du cercle unité, et l'autre les p racines les plus proches du cercle unité.

Pour cela, une distance δ_q est calculée à l'étape 11 10 pour chacune des racines α_q (1 \leq q \leq W). Cette distance est avantageusement obtenue de la manière suivante :

$$\delta_{\mathbf{q}} = \begin{cases} 1 - |\alpha_{\mathbf{q}}| & \text{si } |\alpha_{\mathbf{q}}| \leq 1 \\ 1 - 1/|\alpha_{\mathbf{q}}| & \text{si } |\alpha_{\mathbf{q}}| > 1 \end{cases}$$
 (7)

A l'étape 12, les racines α_q de la fonction de transfert R(Z) sont triées dans l'ordre des distances décroissantes : $\delta_1 \geq \delta_2 \geq \ldots \geq \delta_W$. On sépare alors les W-p premières racines $\alpha_1,\ldots,\alpha_{W-P}$, qui sont les plus éloignées du cercle unité, des p racines restantes $\alpha_{W-P+1},\ldots,\alpha_W$.

15

20

25

A l'étape 13, l'égaliseur 7 développe un polynôme en \mathbf{Z}^{-1} défini par :

$$R^{S}(Z) = \prod_{q=1}^{W-p} (1 - \alpha_{q}. Z^{-1}) = \sum_{q=0}^{W-p} s_{q}. Z^{-q}$$
 (8)

Ceci permet de déterminer les coefficients s_q de la fonction de transfert $R^S(Z)$ associée à la réponse impulsionnelle $\underline{s}=(s_0,s_1,\ldots,s_{W-p})$ d'un canal virtuel, qui correspondrait au canal de transmission estimé avec élimination des contributions les plus proches des zones de singularité.

On peut alors procéder à une première égalisation 14 revenant à effectuer un filtrage inverse approchant la fonction de transfert $1/R^S(Z)$. Plusieurs implémentations

peuvent être retenues pour effectuer ce filtrage inverse. On peut notamment effectuer une égalisation par « zero forcing » comme indiqué précédemment. Au sujet de ces méthodes, on pourra se reporter à l'ouvrage de J.G. Proakis: « Digital Communications » McGraw-Hill, 2° édition, 1989.

5

1Q

Le filtrage inverse 14 produit un signal intermédiaire sous la forme d'un vecteur Y' de L'=n+p échantillons ${y'}_1, \ldots, {y'}_{L'}$. Dans le cas d'une méthode de « zero forcing », le vecteur Y' est obtenu par la relation matricielle :

$$Y' = (A'^{H} A')^{-1} A'^{H} Y$$
 (9)

Dans l'expression (9), A' désigne une matrice de n+W lignes et n+p colonnes ayant une structure de Toeplitz, formée à partir des coefficients s_q du polynôme R^S(Z) :

$$A' = \begin{pmatrix} s_0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ s_1 & s_0 & 0 & & \vdots \\ & s_1 & s_0 & \ddots & 0 \\ \vdots & & s_1 & \ddots & 0 \\ & \vdots & & \ddots & s_0 \\ s_{W-p} & \vdots & & s_1 \\ 0 & s_{W-p} & & & \\ \vdots & & \ddots & \ddots & \\ 0 & \cdots & 0 & 0 s_{W-p} \end{pmatrix}$$

$$(10)$$

Grâce au tri des racines $lpha_{f q}$, les valeurs propres de la matrice A' $^{
m H}$ A' sont relativement éloignées de 0.

En variante, on pourrait réaliser le filtrage 20 inverse en mettant en cascade W-p cellules de filtrage correspondant chacune à l'inverse d'une fonction de transfert $R_q^S(Z) = 1 - \alpha_q Z^{-1}$, pour $1 \le q \le W-p$. Si $\left|\alpha_q\right| = 1$, le filtre inverse de $R_q^S(Z)$ est irréalisable. Si $\left|\alpha_q\right| < 1$, on peut développer $1/R_q^S(Z)$ sous la forme :

$$\frac{1}{R_{q}^{s}(z)} = 1 + \alpha_{q} \cdot z^{-1} + \alpha_{q}^{2} \cdot z^{-2} + \ldots + \alpha_{q}^{m} \cdot z^{-m} + \ldots$$
 (11)

Le développement (11) est causal, et stable puisque le domaine de convergence contient le cercle unité. La cellule de filtrage inverse peut donc être réalisée sous forme transverse ou sous forme récursive.

5

10

20

25

30

Si $\left|\alpha_{\mathbf{q}}\right|>1$, on peut développer $1/R_{\mathbf{q}}^{S}\left(Z\right)$ sous la forme :

$$\frac{1}{R_{q}^{S}(Z)} = -\alpha_{q}^{-1} \cdot Z \cdot \left(1 + \alpha_{q}^{-1} \cdot Z + \alpha_{q}^{-2} \cdot Z^{2} + \ldots + \alpha_{q}^{-m} \cdot Z^{m} + \ldots\right) \quad (12)$$

Ce développement (12) est anti-causal et stable. Pour la réalisation de la cellule de filtrage inverse, on tronque le développement (12) et on adopte une implémentation sous forme transverse. L'anti-causalité provoque un retard correspondant à la longueur de la réponse retenue.

On note que les développements (11) et (12) $15 \quad \text{justifient le critère de distance au cercle unité } \delta_q$ $\text{utilisé conformément à la relation (7)} \, .$

A l'étape 15, l'égaliseur 7 développe un polynôme de degré p en Z^{-1} , dont les racines correspondent aux p racines de R(Z) les plus proches du cercle unité, tel que $R(Z) = R^{S}(Z) . R^{I}(Z)$:

$$R^{I}(Z) = r_0. \prod_{q=W-p+1}^{W} (1 - \alpha_q. Z^{-1}) = \sum_{q=0}^{p} t_q. Z^{-q}$$
 (13)

Les coefficients complexes t_q définissent la réponse impulsionnelle d'un autre canal de transmission virtuel, dont l'égalisation par une méthode de type « zero forcing » ou analogue poserait des problèmes d'amplification du bruit.

Le signal intermédiaire Y' est alors soumis à une égalisation selon une autre méthode, sur la base de la réponse impulsionnelle $\underline{t}=(t_0,t_1,\ldots,t_p)$. Cette seconde égalisation 16 est avantageusement effectuée à l'aide d'un

treillis de Viterbi (voir l'article précité de G.D. Forney Jr., ou l'ouvrage précité de J.G. Proakis).

second étage Le d'égalisation 16 produit les estimations \hat{d}_k des symboles de la trame (1 $\leq k \leq n$). estimations \hat{d}_k formant la sortie de l'égaliseur 7 peuvent être fournies à un module de désentrelacement 8 puis à un décodeur de canal 9 détecte qui et/ou corrige d'éventuelles erreurs de transmission.

La figure 3 illustre les performances du procédé dans le cas de la transmission d'une trame de signal selon 10 le format du système radiotéléphonique cellulaire européen GSM, en remplaçant la modulation binaire de type GMSK par une modulation de phase à huit états (modulation 8-PSK). La réponse impulsionnelle du canal était tronquée à cinq temps bits (W=4). La figure 3 montre la dépendance entre 15 le taux d'erreur binaire BER, exprimé en %, et le rapport Eb/NO entre l'énergie par bit et la densité spectrale du bruit, exprimé en décibels. Le BER est celui observé dans les estimations des symboles après le désentrelacement et le décodage de canal effectués conformément aux méthodes 20 employées dans le GSM. La courbe I montre les résultats procurés par la méthode de « zero forcing » pur, c'est-àdire dans le cas limite où p=0. La courbe II montre le résultat théorique qui serait obtenu en égalisant le canal purement avec l'algorithme de Viterbi (cas limite où p=W). 25 la pratique, le treillis correspondant devrait comporter 84=4096 états, de sorte que l'égaliseur Viterbi serait irréalisable avec les techniques actuelles. L'écart entre les courbes I et II illustre la supériorité de l'algorithme de Viterbi qui délivre les estimations 30 selon le maximum de vraisemblance.

Les courbes III et IV montrent les résultats obtenus par le procédé selon l'invention, respectivement dans les cas où p=1 et p=2. On voit l'amélioration très sensible des résultats déjà obtenue pour la valeur p=1 par rapport

35

au « zero forcing » pur.

10

A titre indicatif, l'égalisation d'une trame de signal GSM par l'algorithme de Viterbi pur dans les conditions de la figure 3 requerrait de l'ordre de 8,45 millions d'opérations en virgule flottante, soit environ 1,83 Gflops, alors que la mise en œuvre de la présente invention dans les mêmes conditions requiert de l'ordre de 19000 opérations en virgule flottante (≈4,2 Mflops) dans le cas où p=1, y compris la recherche des racines de R(Z) et le filtrage inverse 1/R^S(Z) par la méthode « zero forcing ». Ce nombre est de l'ordre de 129000 opérations (≈28 Mflops) dans le cas où p=2, ce qui reste compatible avec la puissance des processeurs de traitement de signal (DSP) actuellement disponibles.

REVENDICATIONS

- 1. Procédé d'égalisation numérique, pour estimer des symboles discrets (d_k) d'un signal transmis à partir d'échantillons numériques (y_k) d'un signal reçu par l'intermédiaire d'un canal de transmission représenté par une réponse impulsionnelle finie de W+1 coefficients (r_0, r_1, \ldots, r_W) , W étant un entier plus grand que 1, comprenant les étapes suivantes :
- déterminer les W racines $(\alpha_1,\alpha_2,\ldots,\alpha_W)$ dans le 10 plan complexe de la transformée en Z (R(Z)) de la réponse impulsionnelle du canal ;
 - répartir les W racines en un premier ensemble de W-p racines $(\alpha_1,\ldots,\alpha_{W-p})$ et un second ensemble de p racines $(\alpha_{W-p+1},\ldots,\alpha_W)$, p étant un entier plus grand que 0 et plus petit que W, les racines du second ensemble étant plus proches du cercle unité que celles du premier ensemble selon un critère de distance déterminé dans le plan complexe ;

15

- obtenir un signal intermédiaire (Y') en appliquant 20 au signal reçu (Y) une première méthode d'égalisation sur la base d'une réponse impulsionnelle finie dont la transformée en Z (R^S(Z)), formée par un polynôme en Z⁻¹ de degré W-p, a pour racines les W-p racines du premier ensemble; et
- obtenir des estimations (\hat{d}_k) des symboles discrets du signal transmis en appliquant au signal intermédiaire une seconde méthode d'égalisation sur la base d'une réponse impulsionnelle finie dont la transformée en Z $(R^I(Z))$, formée par un polynôme en Z^{-1} de degré p, a pour racines les pracines du second ensemble.
 - 2. Procédé selon la revendication 1, dans lequel la première méthode d'égalisation produit le signal

intermédiaire sous la forme d'un vecteur Y' de n+p échantillons $({y'}_1, \dots, {y'}_{n+p})$ obtenu selon la relation :

$$Y' = (A'^{H} A')^{-1} A'^{H} Y$$

- où Y est un vecteur formé de n+W échantillons (y_k) du signal reçu, et A' est une matrice de n+W lignes et n+p colonnes ayant une structure de Toeplitz formée à partir des coefficients (s_q) dudit polynôme en Z^{-1} de degré W-p $(R^S(Z))$.
- 3. Procédé selon la revendication 1 ou 2, dans lequel
 10 la seconde méthode d'égalisation comporte la mise en œuvre
 d'un algorithme de Viterbi.
 - 4. Procédé selon l'une quelconque des revendications 1 à 3, dans lequel le critère de distance au cercle unité, utilisé pour répartir les W racines α_1,\ldots,α_W de la transformée en Z (R(Z)) de la réponse impulsionnelle du canal entre les premier et second ensembles, s'exprime par une distance δ_q de la forme $\delta_q=1-\left|\alpha_q\right|$ si $\left|\alpha_q\right|\leq 1$, et de la forme $\delta_q=1-\left|\alpha_q\right|$ si $\left|\alpha_q\right|\leq 1$, pour $1\leq q\leq W$.

15

- 5. Récepteur de radiocommunication, comprenant :
- des moyens de conversion (1,3,4) pour produire des échantillons numériques (y_k) à partir d'un signal radio reçu par l'intermédiaire d'un canal de transmission représenté par une réponse impulsionnelle finie de W+1 coefficients (r_0, r_1, \ldots, r_W) , W étant un entier plus grand que 1;
 - des moyens (6) de mesure de la réponse impulsionnelle du canal ;
- des moyens de calcul des W racines $(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_W)$ dans le plan complexe de la transformée en Z (R(Z)) de la réponse impulsionnelle mesurée ;

- des moyens de répartition des W racines en un premier ensemble de W-p racines $(\alpha_1,\ldots,\alpha_{W-p})$ et un second ensemble de p racines $(\alpha_{W-p+1},\ldots,\alpha_W)$, p étant un entier plus grand que 0 et plus petit que W, les racines du second ensemble étant plus proches du cercle unité que celles du premier ensemble selon un critère de distance déterminé dans le plan complexe ;

- un premier étage d'égalisation pour obtenir un signal intermédiaire en appliquant au signal reçu (y_k) une première méthode d'égalisation sur la base d'une réponse impulsionnelle finie dont la transformée en Z $(R^S(Z))$, formée par un polynôme en Z^{-1} de degré W-p, a pour racines les W-p racines du premier ensemble ; et

- un second étage d'égalisation pour obtenir des estimations (\hat{d}_k) de symboles discrets d'un signal transmis sur le canal en appliquant au signal intermédiaire une seconde méthode d'égalisation sur la base d'une réponse impulsionnelle finie dont la transformée en Z $(R^I(Z))$, formée par un polynôme en Z^{-1} de degré p, a pour racines les pracines du second ensemble.

6. Récepteur selon la revendication 5, dans lequel le premier étage d'égalisation est agencé pour produire le signal intermédiaire sous la forme d'un vecteur Y' de n+p échantillons (y'_1, \ldots, y'_{n+p}) obtenu selon la relation :

25
$$Y' = (A'^H A')^{-1} A'^H Y$$

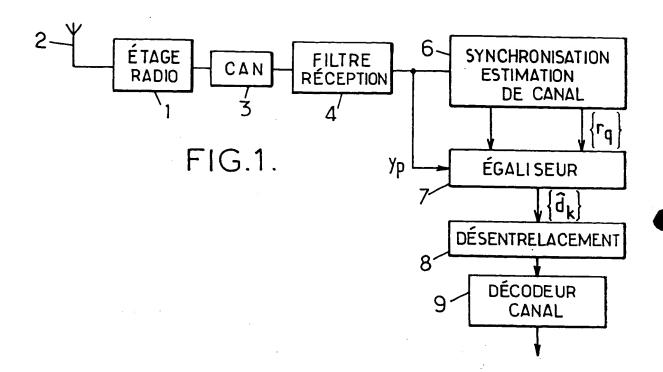
5

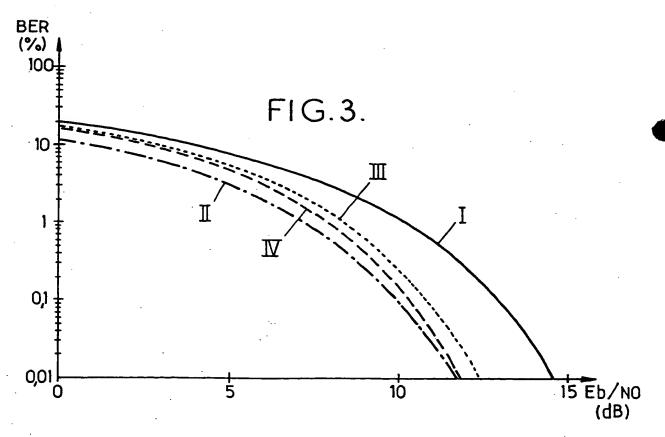
10

30

où Y est un vecteur formé de n+W échantillons (y_k) du signal reçu, et A' est une matrice de n+W lignes et n+p colonnes ayant une structure de Toeplitz formée à partir des coefficients (s_q) dudit polynôme en Z^{-1} de degré W-p $(R^S(Z))$.

- 7. Récepteur selon la revendication 5 ou 6, dans lequel le second étage d'égalisation est agencé pour mettre en œuvre un algorithme de Viterbi.
- 8. Récepteur selon l'une quelconque des revendications 5 à 7, dans lequel les moyens de répartition des racines utilisent, pour répartir les W racines entre les premier et second ensembles, un critère de distance au cercle unité s'exprimant par une distance δ_q de la forme $\delta_q = 1 \left|\alpha_q\right|$ si $\left|\alpha_q\right| \le 1$, et de la forme $\delta_q = 1 1/\left|\alpha_q\right|$ si $\left|\alpha_q\right| > 1$, pour $1 \le q \le W$.





AFTPALT

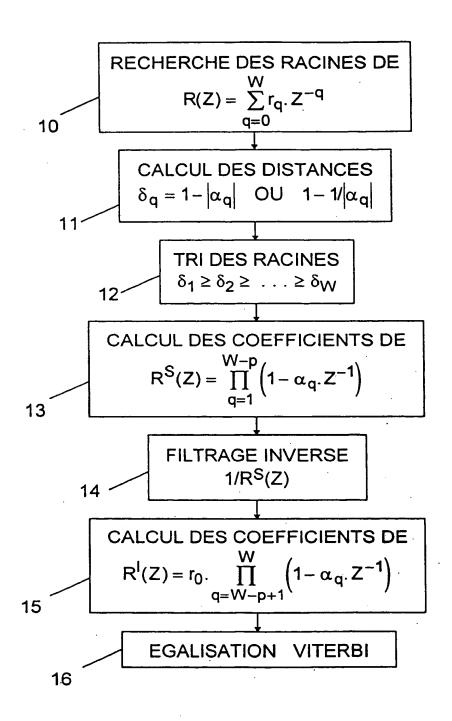


FIG.2.

THIS PAGE BLANK (USPTO)

BREVET D'INVENTION

CERTIFICAT D'UTILITÉ - CERTIFICAT D'ADDITION

PRIORITY DOCUMENT

SUBMITTED OR TRANSMITTED IN COMPLIANCE WITH RULE 17.1(a) OR (b)

COPIE OFFICIELLE

Le Directeur général de l'Institut national de la propriété industrielle certifie que le document ci-annexé est la copie certifiée conforme d'une demande de titre de propriété industrielle déposée à l'Institut.

Fait à Paris, le 12 AOUI 1999

Pour le Directeur général de l'Institut national de la propriété industrielle Le Chef du Département des brevets

Martine PLANCHE

INSTITUT
NATIONAL DE
LA PROPRIETE

SIEGE
26 bis, rue de Saint Petersbourg
75800 PARIS Cédex 08
Téléphone : 01 53 04 53 04
Télécopie : 01 42 93 59 30

THIS PAGE BLANK (USPTO)





BREVET D'INVENTION, CERTIFICAT D'UTILITÉ

Code de la propriété intellectuelle-Livre V





26 bis, rue de Saint Pétersbourg

REQUÊTE EN DÉLIVRANCE

	_	

Confirmation d'un dépôt par télécopie

Téléphone : 01 53 04 53 04 Télécopie : 01 42 93 59 30 Cet emprime	é est à remplir a l'encre noire en lettres capitales	
DATE DE REMISE DES PIÈCES 0 7. 867. 1998		SSE DU DEMANDEUR OU DU MANDATAIRE DRRESPONDANCE DOIT ÊTRE ADRESSÉE
N° D'ENREGISTREMENT NATIONAL 98 12552	•	PLASSERAUD
DÉPARTEMENT DE DÉPÔT	84, rue	e d'Amsterdam
DATE DE DÉPÔT 0 7 UCT. 1998	75440 F	PARIS CEDEX 09
2 DEMANDE Nature du titre de propriété industrielle	n°du pouvoir permanent ré	férences du correspondant téléphone
X brevet d'invention demande divisionnaire demande initia		FC-BFF980228 0144634111
certificat d'utilité transformation d'une demande V brevet d'invention de brevet europeen brevet d'invention	certificat d'utilité n°	date
Établissement du rapport de recherche différe iX immédi	iat	
Le demandeur, personne physique, requiert le paiement échelonné de la redevance	oui non	
Titre de l'invention (200 caractères maximum)	_	
PROCEDE D'EGALISATION NUMERIQUE, METTANT EN OEUVRE UN TEL PROCEDE	ET RECEPTEUR DE	RADIOCOMMUNICATION
3 DEMANDEUR (S) n° SIREN	code APE-NAF	
Nom et prénoms (souligner le nom patronymique) ou dénomination		Forme juridique
NORTEL MATRA CELLULAR		Société en Commandité par Actions
Nationalité (s) Française		
Adresse (s) complète (s)	and the second s	Pays
1, place des Frères Montgolfier		
BP 50	·	France
78042 GUYANCOURT		
En ca	is d'insuffisance de place, poursuivre sur papier lib	re 🔲
4 INVENTEUR (S) Les inventeurs sont les demandeurs oui	(non Si la réponse est non, fournir une d	
5 RÉDUCTION DU TAUX DES REDEVANCES requise pour la 1èr		u dépôt : joindre copie de la décision d'admission
6 DÉCLARATION DE PRIORITÉ OU REQUÊTE DU BÉNÉFICE DE LA DATE DE DÉP pays d'origine numéro	PÔT D'UNE DEMANDE ANTÉRIEURE date de dépôt	nature de la demande
FRANCE 98 11095	04.09.1998	Demande de brevet
FRANCE		
	:	
7 DIVISIONS antérieures à la présente demande n°	date	n° date
7 DITECTO WILLIAM STATE	GNATURE DU PRÉPOSÉ À LA RÉCEPTION	SIGNATURE APRÈS ENNE LISTE MENT DE LA DEMANDE À L'INP
(nom et qualité du signataire)	i :	$\subseteq V \setminus$
CABINET PLASSER UD		
101001		(//)
B. LOISEL -N. 94-0311	<u></u>	



BREVET D'INVEI N, CERTIFICAT D'UTILITE

BLO/FC-BFF980.2.2.8

DÉSIGNATION DE L'INVENTEUR

(si le demandeur n'est pas l'inventeur ou l'unique inventeur)

N° D'ENREGISTREMENT NATIONAL

Tél.: 01 53 04 53 04 - Télécopie: 01 42 93 59 30

DIVISION ADMINISTRATIVE DES BREVETS 26bis, rue de Saint-Pétersbourg 75800 Paris Cédex 08

TITRE DE L'INVENTION: PROCEDE D'EGALISATION NUMERIQUE, ET RECEPTEUR

DE RADIOCOMMUNICATION METTANT EN OEUVRE UN

TEL PROCEDE

LA DEMANDERESSE : NORTEL MATRA CELLULAR ayant pour mandataire

LE(S) SOUSSIGNÉ(S)

CABINET PLASSERAUD 84, rue d'Amsterdam 75440 PARIS CEDEX 09

DÉSIGNE(NT) EN TANT OU'INVENTEUR(S) (indiquer nom, prénoms, adresse et souligner le nom patronymique) :

DORNSTETTER, Jean-Louis 25, place Suzanne Lenglen 78370 PLAISIR

BEN RACHED, Nidham 32, rue Baron 75017 PARIS

BONHOMME, Corinne 24, rue des Coulommières 77700 CHESSY

NOTA: A titre exceptionnel, le nom de l'inventeur peut être suivi de celui de la société à laquelle il appartient (société d'appartenance) lorsque celle-ci est différente de la société déposante ou titulaire.

Date et signature (s) du MAS MONTAN DEUN SON DU mandataire

Paris, le 7 octobre 1998

PROCÉDÉ D'ÉGALISATION NUMÉRIQUE, ET RÉCEPTEUR DE RADIOCOMMUNICATION METTANT EN ŒUVRE UN TEL PROCÉDÉ

La présente invention concerne l'égalisation numérique des signaux. Elle trouve une application importante dans le domaine des radiocommunications.

5

10

15

20

25

Le procédé s'applique lorsqu'on reçoit un signal issu d'un émetteur par l'intermédiaire d'un canal de transmission entre émetteur et récepteur, dont la réponse est connue ou a été préalablement estimée. Un problème principal qui se pose alors est celui du compromis entre les performances de l'égaliseur et sa complexité.

Une estimation complète, selon le maximum de vraisemblance, de tous les symboles discrets composant le signal émis est possible, par exemple en employant l'algorithme de Viterbi (voir G.D. Forney Jr.: « The Viterbi Algorithm », Proc. of the IEEE, Vol. 61, No. 3, mars 1973, pages 268-278). Néanmoins, dès que la réponse impulsionnelle des canaux devient longue ou que le nombre de valeurs discrètes possibles des symboles devient important, la complexité exponentielle de ces méthodes les rend impraticables.

On considère le cas d'un canal de radiocommunication servant à la transmission d'un signal composé de séquences ou trames successives de n symboles d_k ($1 \le k \le n$). Les symboles d_k sont à valeurs discrètes : binaires (± 1) dans le cas d'une modulation de type BPSK (binary phase shift keying), quaternaires ($\pm 1 \pm j$) dans le cas d'une modulation de type QPSK (quaternary phase shift keying)...

Après conversion en bande de base, numérisation et 30 filtrage adapté, un vecteur Y du signal reçu reflétant les symboles émis sur la durée d'une trame a pour expression :

THIS PAGE BLANK (USPTO)

$$\mathbf{Y} = \begin{pmatrix} \mathbf{Y}_{1} \\ \mathbf{Y}_{2} \\ \vdots \\ \mathbf{Y}_{k} \\ \vdots \\ \mathbf{Y}_{L} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{r}_{0} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \mathbf{r}_{1} & \mathbf{r}_{0} & 0 & \vdots \\ \mathbf{r}_{1} & \mathbf{r}_{0} & \ddots & 0 \\ \vdots & \mathbf{r}_{1} & \ddots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \mathbf{r}_{0} \\ \mathbf{r}_{W} & \vdots & \mathbf{r}_{1} \\ 0 & \mathbf{r}_{W} & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & 0 & \mathbf{r}_{W} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{d}_{1} \\ \mathbf{d}_{2} \\ \vdots \\ \mathbf{d}_{k} \\ \vdots \\ \mathbf{d}_{k} \\ \vdots \\ \mathbf{d}_{n} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{Y}_{N,1} \\ \mathbf{Y}_{N,2} \\ \vdots \\ \mathbf{Y}_{N,k} \\ \vdots \\ \mathbf{Y}_{N,L} \end{pmatrix} = \mathbf{A}.\mathbf{D} + \mathbf{Y}_{N}$$
(1)

où W+1 est la longueur, en nombre de bits, de la réponse impulsionnelle estimée du canal, $\underline{r}=(r_0,r_1,\ldots,r_W)$ est la réponse impulsionnelle estimée du canal, les r_q étant des nombres complexes tels que $r_q=0$ si q<0 ou q>W, y_k est le k-ième échantillon complexe reçu avec $1 \le k \le L=n+W$, et Y_N est un vecteur de taille L composé d'échantillons de bruit additif $y_{N,k}$. La réponse impulsionnelle estimée \underline{r} tient compte du canal de propagation, de la mise en forme du signal par l'émetteur et du filtrage de réception.

10

15

La matrice A de taille L×n a une structure de type Toeplitz le long de sa diagonale principale, c'est-à-dire que si $\alpha_{i,j}$ désigne le terme situé à la i-ième ligne et à la j-ième colonne de la matrice A, alors $\alpha_{i+1,j+1}=\alpha_{i,j}$ pour $1 \le i \le L-1$ et $1 \le j \le n-1$. Les termes de la matrice A sont donnés par : $\alpha_{1,j}=0$ pour $1 < j \le n$ (A n'a donc que des zéros au-dessus de sa diagonale principale) ; $\alpha_{i,1}=0$ pour $1 \le i \le L-1$ (structure de matrice-bande) ; et $\alpha_{i,1}=r_{i-1}$ pour $1 \le i \le L-1$

La relation matricielle (1) exprime que le signal 20 reçu Y est l'observation, affectée d'un bruit additif, du produit de convolution entre la réponse impulsionnelle du canal et les symboles émis. Ce produit de convolution peut encore s'exprimer par sa transformée en Z :

$$Y(Z) = R(Z) \cdot D(Z) + Y_{N}(Z)$$
 (2)

25 où D(Z), Y(Z), R(Z) et $Y_N(Z)$ sont les transformées en Z

THIS PAGE BLANK (USPTO)

respectives des symboles émis, du signal reçu, de la réponse impulsionnelle du canal et du bruit :

5

20

$$D(Z) = \sum_{k=1}^{n} d_{k}. Z^{-k}$$
 (3)

$$Y(Z) = \sum_{k=1}^{L} y_k \cdot Z^{-k}$$
 (4)

$$R(Z) = \sum_{q=0}^{W} r_q \cdot Z^{-q}$$
 (5)

Une solution classique pour résoudre un système tel que (1) est la méthode dite de forçage à zéro (« zero forcing »), suivant laquelle on détermine le vecteur \hat{D}_{ZF} à n composantes continues qui minimise l'erreur quadratique $\varepsilon = \|\mathbf{A}\hat{\mathbf{D}} - \mathbf{Y}\|^2$. Une discrétisation des composantes du vecteur \hat{D}_{ZF} relative à chaque canal intervient ensuite, souvent par le biais d'un décodeur de canal. La solution \hat{D}_{ZF} au sens des moindres carrés est donnée par : $\hat{D}_{ZF} = (\mathbf{A}^H\mathbf{A})^{-1}\mathbf{A}^H\mathbf{Y}$, où \mathbf{A}^H désigne la matrice transposée conjuguée de \mathbf{A} . On est alors ramené au problème de l'inversion de la matrice hermitienne définie positive $\mathbf{A}^H\mathbf{A}$. Cette inversion peut être réalisée par divers algorithmes classiques, d'une manière directe (méthodes de Gauss, de Cholesky...) ou par des techniques itératives (algorithmes de Gauss-Seidel, du gradient...).

L'erreur d'estimation D- \hat{D}_{ZF} est égale à $(A^HA)^{-1}A^HY_N$, ce qui montre que la solution obtenue est affectée d'un bruit de variance :

$$\sigma^2 = \mathbb{E}\left(\left\|\mathbf{D} - \hat{\mathbf{D}}_{ZF}\right\|^2\right) = \mathbf{N}_0 \times \mathbf{Trace}\left[\left(\mathbf{A}^H \mathbf{A}\right)^{-1}\right]$$
 (6)

25 où N₀ est la densité spectrale de puissance du bruit. On voit qu'il se produit une amplification du bruit (« noise enhancement ») quand la matrice A^HA est mal conditionnée, c'est-à-dire quand elle a une ou plusieurs valeurs propres proches de 0.

Cette amplification du bruit est le principal inconvénient des méthodes de résolution classiques. Dans la pratique, les cas de mauvais conditionnement de la matrice A^HA sont fréquents, particulièrement en présence de trajets multiples de propagation.

5

10

15

20

25

30

35

On connaît un moyen relativement simple de remédier en partie à cet inconvénient, en acceptant dans solution un résidu d'interférence, c'est-à-dire en adoptant non pas la solution optimale au sens des moindres carrés, mais la solution: $\hat{D}_{MMSE} = (A^HA + \hat{N}_0)^{-1}A^HY$, où désigne une estimation de la densité spectrale du bruit, que le récepteur doit alors calculer. Cette méthode est connue sous le nom de MMSE (minimum mean square error). Elle permet de diminuer la variante d'estimation par la méthode de « zero forcing », rapport à introduisant un biais.

Les méthodes de « zero forcing » et analogues reviennent à opérer un filtrage inverse du signal reçu par un filtre, modélisant la fonction de transfert 1/R(Z), calculé par une certaine approximation (quadratique dans cas du « zero forcing »). Lorsqu'une ou plusieurs racines du polynôme R(Z) (équation (5)) sont situées sur le cercle unité, le filtre inverse théorique présente des singularités telles qu'il ne peut pas être estimé par une approximation satisfaisante. Dans le cas de l'approximation quadratique, ceci correspond la divergence de la variance de l'erreur σ^2 lorsque matrice A^HA a une valeur propre nulle (relation (6)).

Ce problème n'est pas rencontré dans les méthodes telles que l'algorithme de Viterbi qui intrinsèquement en compte la nature discrète des symboles, mais qui requièrent une puissance de calcul très supérieure pour les systèmes de taille importante.

La présente invention a pour but de proposer un procédé d'égalisation procurant un bon compromis entre la fiabilité des estimations et la complexité de l'égaliseur.

Un autre but est d'obtenir un égaliseur nécessitant une puissance de calcul raisonnable et capable de traiter, avec des performances comparables à celles d'un égaliseur de Viterbi, des signaux dont les symboles ont un nombre d'états relativement élevés et/ou des signaux reçus suivant un canal de réponse impulsionnelle relativement étalée.

10

15

25

30

35

L'invention propose ainsi un procédé d'égalisation numérique, pour estimer des symboles discrets d'un signal transmis à partir d'échantillons numériques d'un signal reçu par l'intermédiaire d'un canal de transmission représenté par une réponse impulsionnelle finie de W+1 coefficients, W étant un entier plus grand que 1. Ce procédé comprend les étapes suivantes :

- déterminer les W racines dans le plan complexe de la transformée en Z de la réponse impulsionnelle du 20 canal;
 - répartir les W racines en un premier ensemble de W-p racines et un second ensemble de p racines, p étant un entier plus grand que 0 et plus petit que W, les racines du second ensemble étant plus proches du cercle unité que celles du premier ensemble selon un critère de distance déterminé dans le plan complexe;
 - obtenir un signal intermédiaire en appliquant au signal reçu une première méthode d'égalisation sur la base d'une réponse impulsionnelle finie dont la transformée en Z, formée par un polynôme en Z⁻¹ de degré W-p, a pour racines les W-p racines du premier ensemble ; et
 - obtenir des estimations des symboles discrets du signal transmis en appliquant au signal intermédiaire une seconde méthode d'égalisation sur la base d'une réponse impulsionnelle finie dont la transformée en Z, formée par

un polynôme en Z^{-1} de degré p, a pour racines les p racines du second ensemble.

La méthode « première d'égalisation » généralement choisie de façon à traiter les symboles inconnus comme des variables continues. Elle conduit alors à une opération semblable à un filtrage inverse dont la transfert serait d'une fonction de forme approchant l'expression $1/R^S(Z)$, où $R^S(Z)$ désigne le polynôme en Z^{-1} de degré W-p ayant pour racines les W-p racines les plus éloignées du cercle unité. Elle peut notamment être du type « zero forcing ». Cette opération ne génère qu'une amplification du bruit réduite, puisque les racines de la fonction de transfert en Z associée sont relativement éloignées du cercle unité.

5

10

15

20

25

30

Pour les p racines les plus proches du cercle unité, on adopte des mesures permettant de s'affranchir ou de limiter l'incidence du problème de l'amplification bruit. On peut choisir une méthode MMSE ou analogue comme « seconde méthode d'égalisation ». Toutefois, seconde méthode tiendra avantageusement compte de la nature discrète des symboles inconnus. Elle pourra notamment reposer sur un algorithme à treillis, tel que l'algorithme de Viterbi, dont la mise en œuvre est courante dans les égaliseurs de canal quand la taille du système n'est pas trop grande.

La seconde méthode d'égalisation est généralement d'une mise en œuvre plus complexe que la première. Dans chaque cas particulier, le choix du nombre p permet de rechercher le meilleur compromis entre la fiabilité des estimations, qui fait préférer les valeurs élevées de p, et la complexité de l'égaliseur, qui fait préférer les valeurs faibles de p.

Un autre aspect de la présente invention se rapporte à un récepteur de radiocommunication, comprenant :

35 - des moyens de conversion pour produire des

échantillons numériques à partir d'un signal radio reçu par l'intermédiaire d'un canal de transmission représenté par une réponse impulsionnelle finie de W+1 coefficients, W étant un entier plus grand que 1;

- des moyens de mesure de la réponse impulsionnelle du canal ;

5

20

- des moyens de calcul des W racines dans le plan complexe de la transformée en Z de la réponse impulsionnelle mesurée ;
- des moyens de répartition des W racines en un premier ensemble de W-p racines et un second ensemble de p racines, p étant un entier plus grand que 0 et plus petit que W, les racines du second ensemble étant plus proches du cercle unité que celles du premier ensemble selon un critère de distance déterminé dans le plan complexe;
 - un premier étage d'égalisation pour obtenir un signal intermédiaire en appliquant au signal reçu une première méthode d'égalisation sur la base d'une réponse impulsionnelle finie dont la transformée en Z, formée par un polynôme en Z⁻¹ de degré W-p, a pour racines les W-p racines du premier ensemble ; et
- un second étage d'égalisation pour obtenir des estimations de symboles discrets d'un signal transmis sur le canal en appliquant au signal intermédiaire une seconde méthode d'égalisation sur la base d'une réponse impulsionnelle finie dont la transformée en Z, formée par un polynôme en Z⁻¹ de degré p, a pour racines les p racines du second ensemble.

D'autres particularités et avantages de la présente 30 invention apparaîtront dans la description ci-après d'exemples de réalisation non limitatifs, en référence aux dessins annexés, dans lesquels :

- la figure 1 est un schéma synoptique d'un exemple de récepteur de radiocommunication selon l'invention ;
- 35 la figure 2 est un organigramme montrant un mode

de réalisation du procédé selon l'invention ; et

- la figure 3 est un diagramme illustrant les performances du procédé.

Le récepteur représenté sur la figure 1 comporte un étage radio 1 qui reçoit le signal radio capté par l'antenne 2 et le convertit en bande de base. Le signal en bande de base est numérisé par un convertisseur analogique-numérique 3, puis fourni à un filtre de réception 4. Le filtre 4 assure un filtrage adapté à la mise en forme des signaux par l'émetteur. Il délivre un signal numérique à raison d'un échantillon complexe par symbole émis.

Ce signal numérique est fourni à un démodulateur comprenant d'une part un module 6 de synchronisation et d'estimation de canal, et d'autre part un égaliseur 7.

La synchronisation et l'estimation de canal sont par exemple effectuées de manière classique à l'aide d'une séquence de synchronisation incluse par l'émetteur dans chaque trame de signal. La détection de cette séquence, connue du récepteur, permet d'une part de synchroniser le récepteur par rapport à la structure temporelle des trames émises, et d'autre part d'estimer la réponse impulsionnelle $\underline{\mathbf{r}} = (\mathbf{r}_0, \mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_w)$ du canal sur lequel les trames sont transmises. La réponse impulsionnelle calculée par le module 6 est fournie à l'égaliseur 7.

L'égaliseur 7 fonctionne par exemple conformément à l'organigramme représenté sur la figure 2 pour traiter chaque trame synchronisée du signal reçu, se présentant

sous la forme d'un vecteur $\mathbf{Y} = \begin{pmatrix} \mathbf{Y}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{Y}_L \end{pmatrix}$, avec L=n+W en reprenant

30 les notations précédentes.

5

10

15

20

25

Le module d'estimation de canal 6 ayant fourni les W+1 coefficients complexes r_q de la réponse impulsionnelle estimée du canal, la première étape 10 consiste à

rechercher les W racines de la transformée en Z de cette impulsionnelle, l'équation donnée par Diverses méthodes classiques de recherche de racines complexes d'un polynôme peuvent être utilisées à l'étape 10. On pourra à cet égard se reporter à l'ouvrage de « Solutions Numériques des Equations E. DURAND : I: Equations du $F(x)=0 \gg$ Algébriques ; Tome Type Editions Masson, 1960.

Les W racines complexes ainsi trouvées $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_W$ sont ensuite ordonnées de façon à pouvoir les répartir en deux ensembles, l'un contenant les W-p racines les plus éloignées du cercle unité, et l'autre les p racines les plus proches du cercle unité.

10

20

25

Pour cela, une distance δ_q est calculée à l'étape 11 15 pour chacune des racines α_q (1 \leq q \leq W). Cette distance est avantageusement obtenue de la manière suivante :

$$\delta_{\mathbf{q}} = \begin{cases} 1 - |\alpha_{\mathbf{q}}| & \text{si } |\alpha_{\mathbf{q}}| \leq 1\\ 1 - 1/|\alpha_{\mathbf{q}}| & \text{si } |\alpha_{\mathbf{q}}| > 1 \end{cases}$$
 (7)

A l'étape 12, les racines $\alpha_{\bf q}$ de la fonction de transfert R(Z) sont triées dans l'ordre des distances décroissantes : $\delta_1 \geq \delta_2 \geq \ldots \geq \delta_{\bf W}$. On sépare alors les W-p premières racines $\alpha_1,\ldots,\alpha_{\bf W-p}$, qui sont les plus éloignées du cercle unité, des pracines restantes $\alpha_{\bf W-p+1},\ldots,\alpha_{\bf W}$.

A l'étape 13, l'égaliseur 7 développe un polynôme en Z^{-1} défini par :

$$R^{S}(Z) = \prod_{q=1}^{W-p} \left(1 - \alpha_{q} \cdot Z^{-1}\right) = \sum_{q=0}^{W-p} s_{q} \cdot Z^{-q}$$
 (8)

Ceci permet de déterminer les coefficients s_q de la fonction de transfert $R^S(Z)$ associée à la réponse impulsionnelle $\underline{s}=(s_0,s_1,\ldots,s_{W-p})$ d'un canal virtuel, qui correspondrait au canal de transmission estimé avec

élimination des contributions les plus proches des zones de singularité.

On peut alors procéder à une première égalisation 14 revenant à effectuer un filtrage inverse approchant la fonction de transfert 1/R^S(Z). Plusieurs implémentations peuvent être retenues pour effectuer ce filtrage inverse. On peut notamment effectuer une égalisation par « zero forcing » comme indiqué précédemment. Au sujet de ces méthodes, on pourra se reporter à l'ouvrage de J.G. Proakis: « Digital Communications » McGraw-Hill, 2° édition, 1989.

5

10

15

Le filtrage inverse 14 produit un signal intermédiaire sous la forme d'un vecteur Y' de L'=n+p échantillons ${y'}_1, \dots, {y'}_{L'}$. Dans le cas d'une méthode de « zero forcing », le vecteur Y' est obtenu par la relation matricielle :

$$Y' = (A'^{H} A')^{-1} A'^{H} Y$$
 (9)

Dans l'expression (9), A' désigne une matrice de n+W lignes et n+p colonnes ayant une structure de Toeplitz, 20 formée à partir des coefficients s_q du polynôme $R^S(Z)$:

$$\mathbf{A}' = \begin{pmatrix} \mathbf{s}_{0} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \mathbf{s}_{1} & \mathbf{s}_{0} & 0 & \vdots \\ & \mathbf{s}_{1} & \mathbf{s}_{0} & \ddots & 0 \\ \vdots & & \mathbf{s}_{1} & \ddots & 0 \\ & \vdots & & \ddots & \mathbf{s}_{0} \\ \mathbf{s}_{W-p} & \vdots & & \mathbf{s}_{1} \\ 0 & \mathbf{s}_{W-p} & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \ddots \\ 0 & \cdots & 0 & 0 \mathbf{s}_{W-p} \end{pmatrix}$$

$$(10)$$

Grâce au tri des racines $\alpha_{\bf q'}$ les valeurs propres de la matrice ${\bf A'}^H$ ${\bf A'}$ sont relativement éloignées de 0.

En variante, on pourrait réaliser le filtrage 25 inverse en mettant en cascade W-p cellules de filtrage correspondant chacune à l'inverse d'une fonction de transfert $R_q^S(Z) = 1 - \alpha_q Z^{-1}$, pour $1 \le q \le W-p$. Si $\left|\alpha_q\right| = 1$, le filtre inverse de $R_q^S(Z)$ est irréalisable. Si $\left|\alpha_q\right| < 1$, on peut développer $1/R_q^S(Z)$ sous la forme :

$$\frac{1}{R_{q}^{S}(Z)} = 1 + \alpha_{q} \cdot Z^{-1} + \alpha_{q}^{2} \cdot Z^{-2} + \ldots + \alpha_{q}^{m} \cdot Z^{-m} + \ldots$$
 (11)

5 Le développement (11) est causal, et stable puisque le domaine de convergence contient le cercle unité. La cellule de filtrage inverse peut donc être réalisée sous forme transverse ou sous forme récursive.

Si $|\alpha_{\mathbf{q}}| > 1$, on peut développer $1/\Re_{\mathbf{q}}^{\mathbf{S}}(\mathbf{Z})$ sous la

10 forme:

15

20

$$\frac{1}{R_{q}^{S}(Z)} = -\alpha_{q}^{-1} \cdot Z \cdot \left(1 + \alpha_{q}^{-1} \cdot Z + \alpha_{q}^{-2} \cdot Z^{2} + \ldots + \alpha_{q}^{-m} \cdot Z^{m} + \ldots\right) \quad (12)$$

Ce développement (12) est anti-causal et stable. Pour la réalisation de la cellule de filtrage inverse, on tronque le développement (12) et on adopte une implémentation sous forme transverse. L'anti-causalité provoque un retard correspondant à la longueur de la réponse retenue.

On note que les développements (11) et (12) justifient le critère de distance au cercle unité $\delta_{\bf q}$ utilisé conformément à la relation (7).

A l'étape 15, l'égaliseur 7 développe un polynôme de degré p en Z^{-1} , dont les racines correspondent aux p racines de R(Z) les plus proches du cercle unité, tel que R(Z) = $R^S(Z) \cdot R^I(Z)$:

$$R^{I}(Z) = r_0 \cdot \prod_{q=W-p+1}^{W} (1 - \alpha_q \cdot Z^{-1}) = \sum_{q=0}^{p} t_q \cdot Z^{-q}$$
 (13)

Les coefficients complexes t_q définissent la réponse impulsionnelle d'un autre canal de transmission virtuel, dont l'égalisation par une méthode de type « zero forcing » ou analogue poserait des problèmes d'amplification du bruit.

Le signal intermédiaire Y' est alors soumis à une égalisation selon une autre méthode, sur la base de la réponse impulsionnelle $\underline{t} = (t_0, t_1, \dots, t_p)$. Cette seconde égalisation 16 est avantageusement effectuée à l'aide d'un treillis de Viterbi (voir l'article précité de G.D. Forney Jr., ou l'ouvrage précité de J.G. Proakis).

5

10

30

35

second étage d'égalisation 16 produit les estimations \hat{d}_k des symboles de la trame (1 \leq k \leq n). Ces estimations $\hat{\mathbf{d}}_k$ formant la sortie de l'égaliseur 7 peuvent être fournies à un module de désentrelacement 8 puis à un décodeur de canal 9 qui détecte et/ou corrige d'éventuelles erreurs de transmission.

La figure 3 illustre les performances du procédé dans le cas de la transmission d'une trame de signal selon le format du système radiotéléphonique cellulaire européen 15 GSM, en remplaçant la modulation binaire de type GMSK par une modulation de phase à huit états (modulation 8-PSK). La réponse impulsionnelle du canal était tronquée à cinq temps bits (W=4). La figure 3 montre la dépendance entre le taux d'erreur binaire BER, exprimé en %, et le rapport 20 Eb/NO entre l'énergie par bit et la densité spectrale du bruit, exprimé en décibels. Le BER est celui observé dans les estimations des symboles après le désentrelacement et le décodage de canal effectués conformément aux méthodes employées dans le GSM. La courbe I montre les résultats 25 procurés par la méthode de « zero forcing » pur, c'est-àdire dans le cas limite où p=0. La courbe II montre le résultat théorique qui serait obtenu en égalisant le canal purement avec l'algorithme de Viterbi (cas limite où p=W). Dans la pratique, le treillis correspondant devrait comporter 8^4 =4096 états, de sorte que l'égaliseur de Viterbi serait irréalisable avec les techniques actuelles. L'écart entre les courbes I et II illustre la supériorité de l'algorithme de Viterbi qui délivre les estimations selon le maximum de vraisemblance.

Les courbes III et IV montrent les résultats obtenus par le procédé selon l'invention, respectivement dans les cas où p=1 et p=2. On voit l'amélioration très sensible des résultats déjà obtenue pour la valeur p=1 par rapport au « zero forcing » pur.

A titre indicatif, l'égalisation d'une trame de signal GSM par l'algorithme de Viterbi pur dans les conditions de la figure 3 requerrait de l'ordre de 8,45 millions d'opérations en virgule flottante, soit environ 1,83 Gflops, alors que la mise en œuvre de la présente invention dans les mêmes conditions requiert de l'ordre de 19000 opérations en virgule flottante (≈4,2 Mflops) dans le cas où p=1, y compris la recherche des racines de R(Z) et le filtrage inverse 1/R^S(Z) par la méthode « zero forcing ». Ce nombre est de l'ordre de 129000 opérations (≈28 Mflops) dans le cas où p=2, ce qui reste compatible avec la puissance des processeurs de traitement de signal (DSP) actuellement disponibles.

10

15

REVENDICATIONS

- 1. Procédé d'égalisation numérique, pour estimer des symboles discrets (d_k) d'un signal transmis à partir d'échantillons numériques (y_k) d'un signal reçu par l'intermédiaire d'un canal de transmission représenté par une réponse impulsionnelle finie de W+1 coefficients (r_0, r_1, \ldots, r_W) , W étant un entier plus grand que 1, comprenant les étapes suivantes :
- déterminer les W racines $(\alpha_1,\alpha_2,\ldots,\alpha_W)$ dans le 10 plan complexe de la transformée en Z (R(Z)) de la réponse impulsionnelle du canal ;
 - répartir les W racines en un premier ensemble de W-p racines $(\alpha_1,\ldots,\alpha_{W-p})$ et un second ensemble de p racines $(\alpha_{W-p+1},\ldots,\alpha_W)$, p étant un entier plus grand que 0 et plus petit que W, les racines du second ensemble étant plus proches du cercle unité que celles du premier ensemble selon un critère de distance déterminé dans le plan complexe ;

15

- obtenir un signal intermédiaire (Y') en appliquant 20 au signal reçu (Y) une première méthode d'égalisation sur la base d'une réponse impulsionnelle finie dont la transformée en Z (R^S(Z)), formée par un polynôme en Z⁻¹ de degré W-p, a pour racines les W-p racines du premier ensemble; et
- 25 obtenir des estimations (\hat{d}_k) des symboles discrets du signal transmis en appliquant au signal intermédiaire une seconde méthode d'égalisation sur la base d'une réponse impulsionnelle finie dont la transformée en Z $(R^I(Z))$, formée par un polynôme en Z^{-1} de degré p, a pour 30 racines les pracines du second ensemble.
 - 2. Procédé selon la revendication 1, dans lequel la première méthode d'égalisation produit le signal

intermédiaire sous la forme d'un vecteur Y' de n+p échantillons $({y'}_1,\ldots,{y'}_{n+p})$ obtenu selon la relation :

$$Y' = (A'^H A')^{-1} A'^H Y$$

- où Y est un vecteur formé de n+W échantillons (y_k) du signal reçu, et A' est une matrice de n+W lignes et n+p colonnes ayant une structure de Toeplitz formée à partir des coefficients (s_q) dudit polynôme en Z^{-1} de degré W-p $(R^S(Z))$.
- Procédé selon la revendication 1 ou 2, dans lequel
 la seconde méthode d'égalisation comporte la mise en œuvre d'un algorithme de Viterbi.
 - 4. Procédé selon l'une quelconque des revendications 1 à 3, dans lequel le critère de distance au cercle unité, utilisé pour répartir les W racines α_1,\ldots,α_W de la transformée en Z (R(Z)) de la réponse impulsionnelle du canal entre les premier et second ensembles, s'exprime par une distance δ_q de la forme $\delta_q=1-\left|\alpha_q\right|$ si $\left|\alpha_q\right|\leq 1$, et de la forme $\delta_q=1-\left|\alpha_q\right|$ si $\left|\alpha_q\right|\leq 1$, pour $1\leq q\leq W$.
 - 5. Récepteur de radiocommunication, comprenant :
- des moyens de conversion (1,3,4) pour produire des échantillons numériques (y_k) à partir d'un signal radio reçu par l'intermédiaire d'un canal de transmission représenté par une réponse impulsionnelle finie de W+1 coefficients (r_0, r_1, \ldots, r_W) , W étant un entier plus grand que 1;
 - des moyens (6) de mesure de la réponse impulsionnelle du canal ;
- des moyens de calcul des W racines $(\alpha_1,\alpha_2,\ldots,\alpha_W)$ dans le plan complexe de la transformée en Z (R(Z)) de la réponse impulsionnelle mesurée ;

- des moyens de répartition des W racines en un premier ensemble de W-p racines $(\alpha_1,\ldots,\alpha_{W-p})$ et un second ensemble de p racines $(\alpha_{W-p+1},\ldots,\alpha_W)$, p étant un entier plus grand que 0 et plus petit que W, les racines du second ensemble étant plus proches du cercle unité que celles du premier ensemble selon un critère de distance déterminé dans le plan complexe ;

5

10

25

30

- un premier étage d'égalisation pour obtenir un signal intermédiaire en appliquant au signal reçu (y_k) une première méthode d'égalisation sur la base d'une réponse impulsionnelle finie dont la transformée en Z $(R^S(Z))$, formée par un polynôme en Z^{-1} de degré W-p, a pour racines les W-p racines du premier ensemble ; et

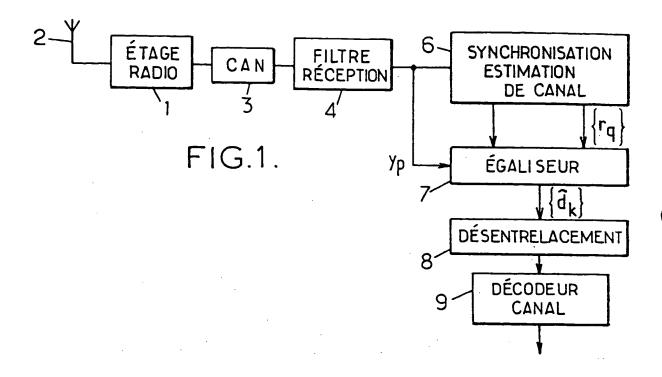
- un second étage d'égalisation pour obtenir des estimations (\hat{d}_k) de symboles discrets d'un signal transmis sur le canal en appliquant au signal intermédiaire une seconde méthode d'égalisation sur la base d'une réponse impulsionnelle finie dont la transformée en Z $(R^I(Z))$, formée par un polynôme en Z^{-1} de degré p, a pour racines les pracines du second ensemble.

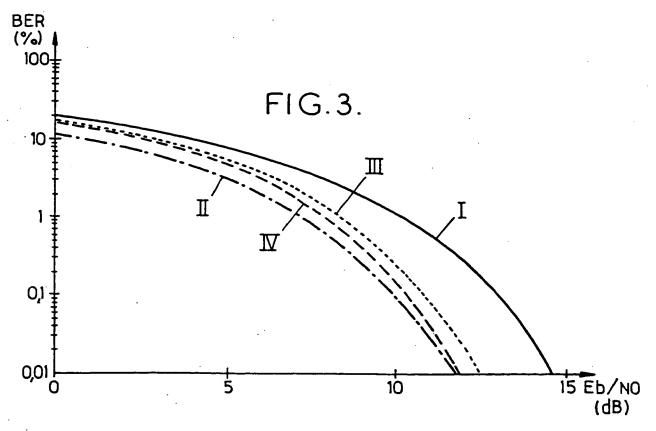
6. Récepteur selon la revendication 5, dans lequel le premier étage d'égalisation est agencé pour produire le signal intermédiaire sous la forme d'un vecteur Y' de n+p échantillons (y'_1, \dots, y'_{n+p}) obtenu selon la relation :

$$Y' = (A'^{H} A')^{-1} A'^{H} Y$$

où Y est un vecteur formé de n+W échantillons (y_k) du signal reçu, et A' est une matrice de n+W lignes et n+p colonnes ayant une structure de Toeplitz formée à partir des coefficients (s_q) dudit polynôme en Z^{-1} de degré W-p $(R^S(Z))$.

- 7. Récepteur selon la revendication 5 ou 6, dans lequel le second étage d'égalisation est agencé pour mettre en œuvre un algorithme de Viterbi.
- 8. Récepteur selon l'une quelconque des revendications 5 à 7, dans lequel les moyens de répartition des racines utilisent, pour répartir les W racines entre les premier et second ensembles, un critère de distance au cercle unité s'exprimant par une distance δ_q de la forme $\delta_q = 1 |\alpha_q|$ si $|\alpha_q| \le 1$, et de la forme $\delta_q = 1 |\alpha_q|$ si $|\alpha_q| \le 1$, pour $1 \le q \le W$.





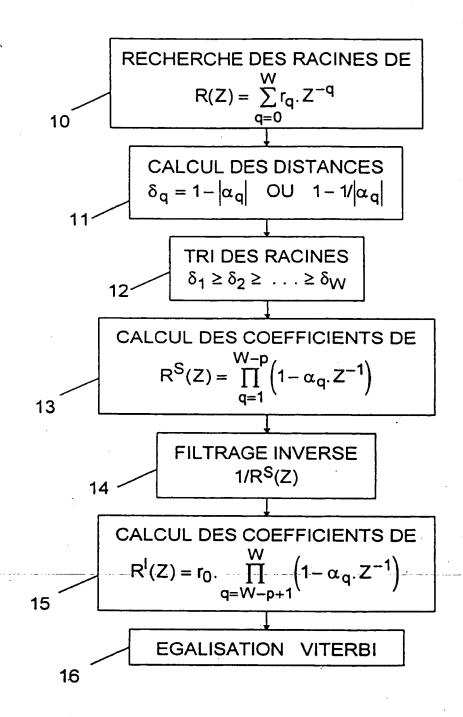


FIG.2.

THIS PAGE BLANK (USPTO)